Modelos poblacionales simples:
exponencial y logístico

Clase Teórica 2

Alexandre Aires-da-Silva

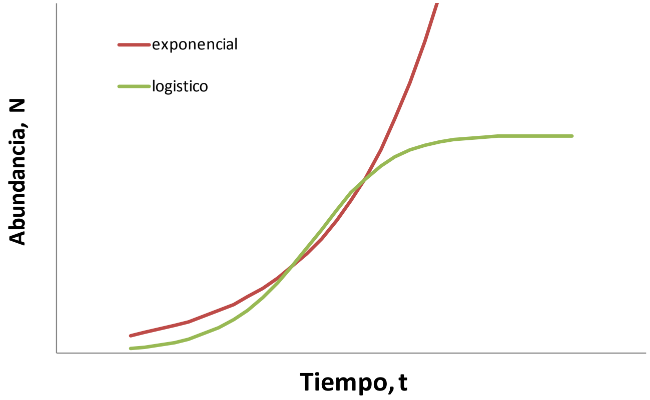
Comisión Interamericana del Atún Tropical (CIAT)

Curso de introducción a modelos de dinámica poblacional y evaluación de recursos marinos

Manta, Ecuador, 5-9 de octubre de 2009

Tópicos

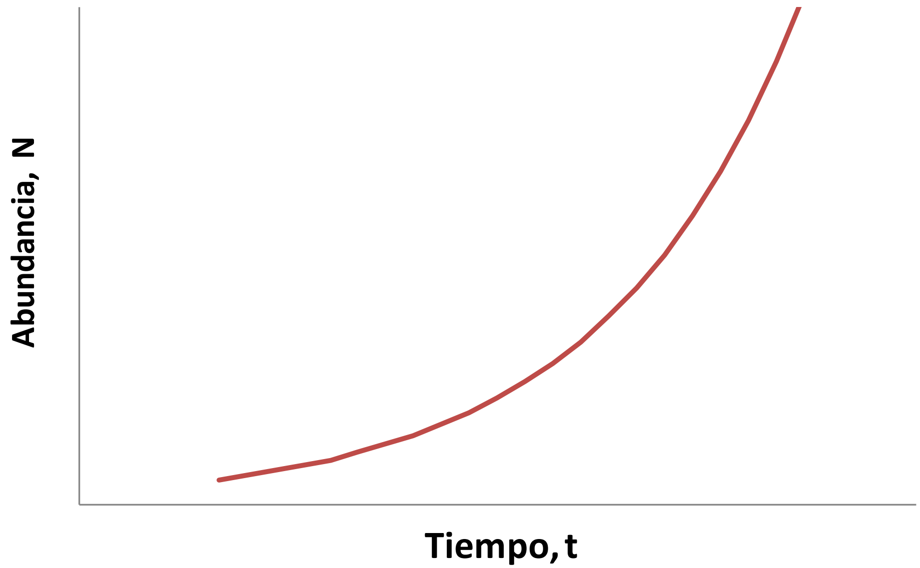
- Teoría: Modelos de crecimiento poblacional simples:
  - Modelo exponencial
  - Modelo logístico



- Laboratorio: Ajuste de modelos exponencial y logístico a datos de la población de la foca gris

El modelo más simple

- Modelo exponencial



- El escenario ecológico:
  - Crecimiento ilimitado de la población
  - Ejemplo: Crecimiento inicial de una especie colonizadora sin limitaciones ambientales o de recursos

Modelo exponencial

- La versión continua:

$$N_t = N_0 e^{(b-d)t} = N_0\, e^{rt}$$

  - b tasa de natalidad ("birth")
  - d tasa de mortalidad ("death")
  - N_t tamaño de la población en el instante t (en número o biomasa)
  - N_0 población inicial
  - r tasa "intrínseca" de crecimiento de la población ($=b$-d), o "tasa instantánea de crecimiento poblacional", o "tasa de crecimiento poblacional per-capita" (Krebs, 1985)

Modelo exponencial (cont.)

- La versión discreta:

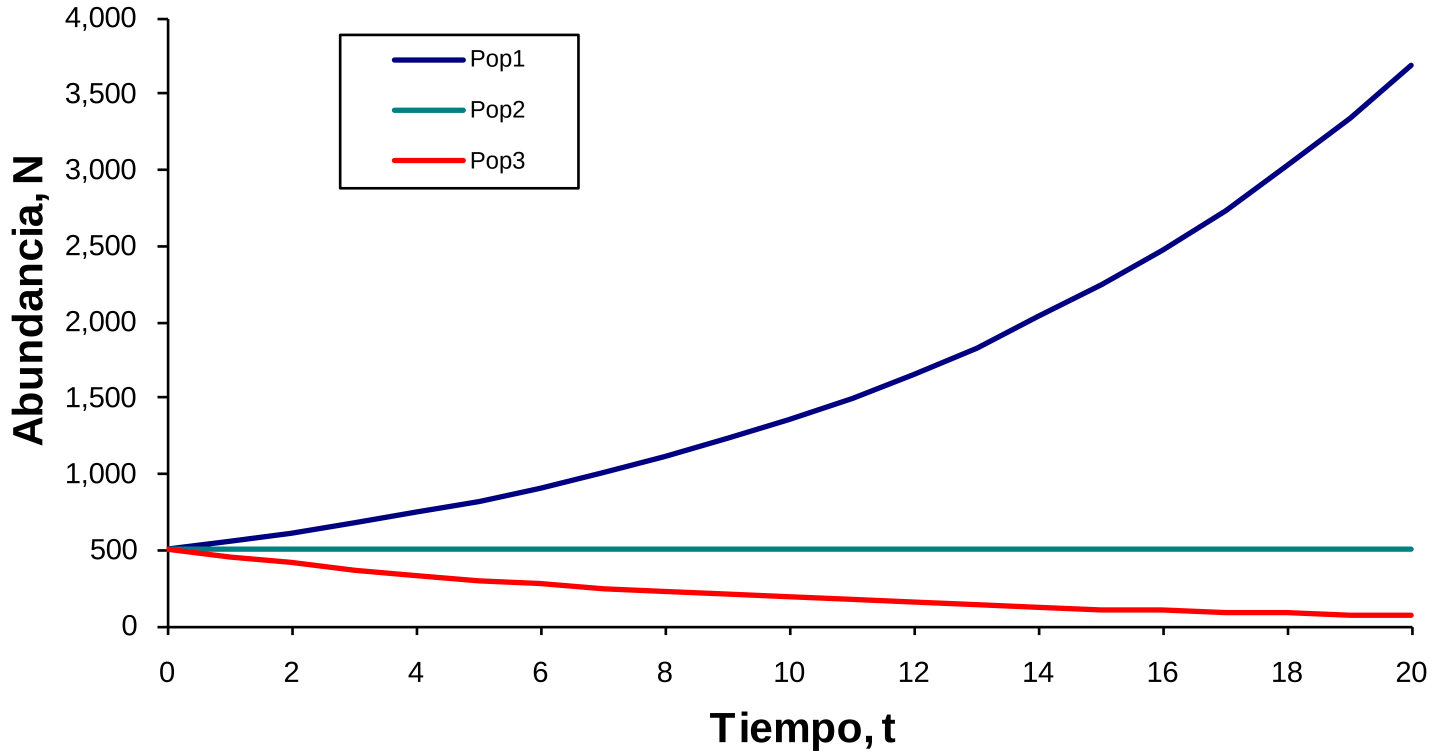
$$N_{t+1} = N_t e^r = N_t(1+r) = N_t\lambda$$

$$\lambda$$

  - r tasa "intrínseca" de crecimiento poblacional (=*b*-*d*), o "tasa instantánea de crecimiento poblacional", o "tasa de crecimiento poblacional per-capita" (Krebs, 1985)
  - λ tasa finita de crecimiento poblacional
  - $\lambda = e^r$

Demo con el modelo exponencial

$$N_{t+1} = N_t e^{r}$$

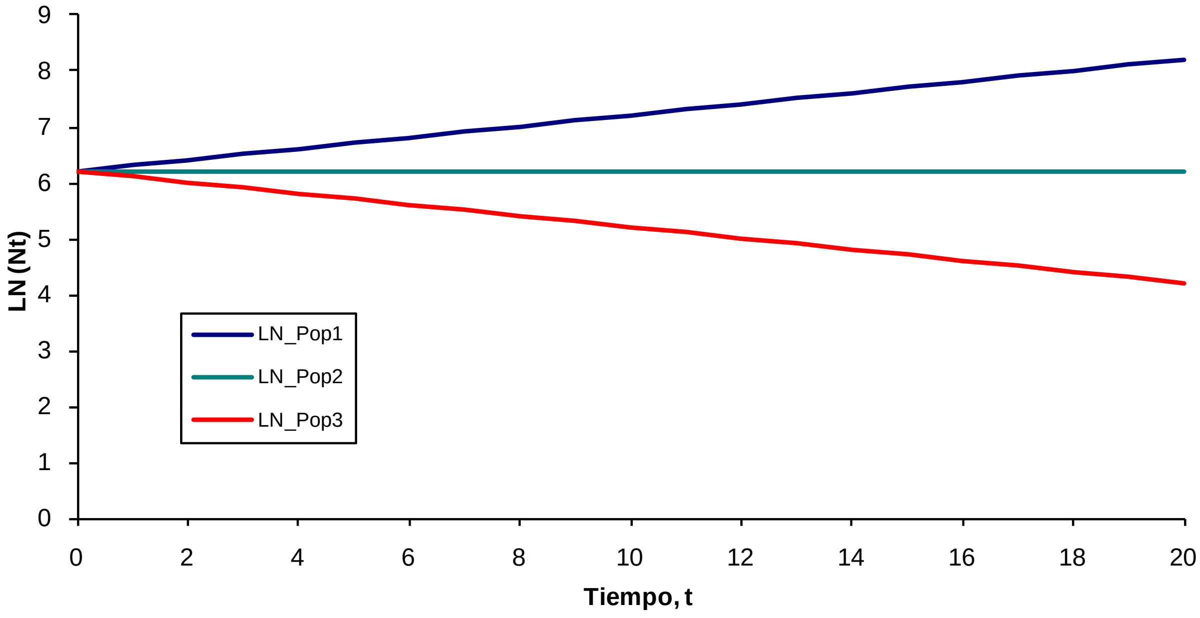


Transformación logarítmica

$$N_t = N_0 e^{(b-d)t} = N_0 e^{rt}$$

$$Ln(N_t) = Ln(N_0 e^{rt}) = Ln(N_0) + Ln(e^{rt})$$

$$= Ln(N_0) + rt$$



Laboratorio – ajuste del modelo exponencial a los datos de la foca gris

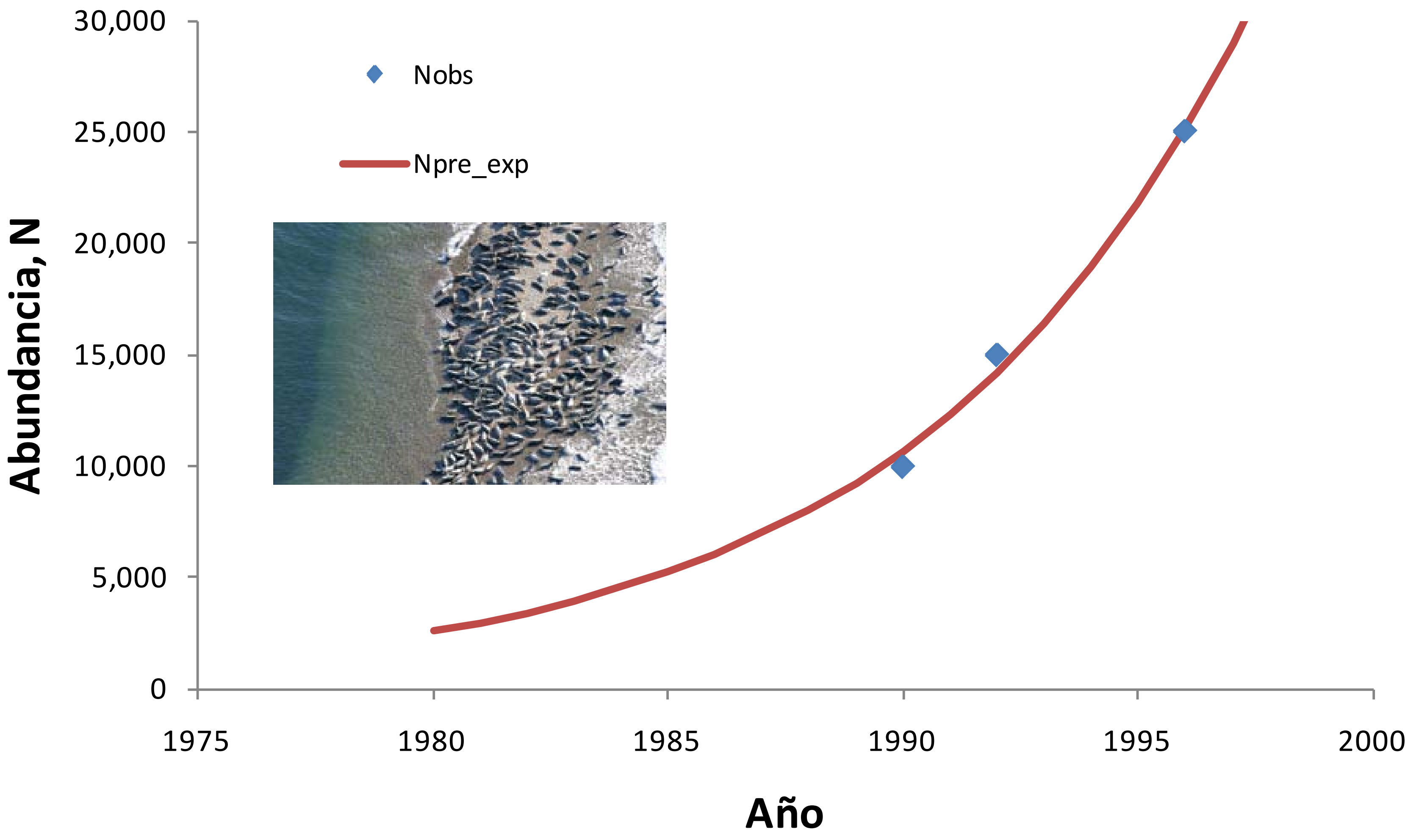
- El escenario ecológico: crecimiento de la población de foca gris en la isla de Sable

Laboratorio – ajuste del modelo exponencial a los datos de la foca gris

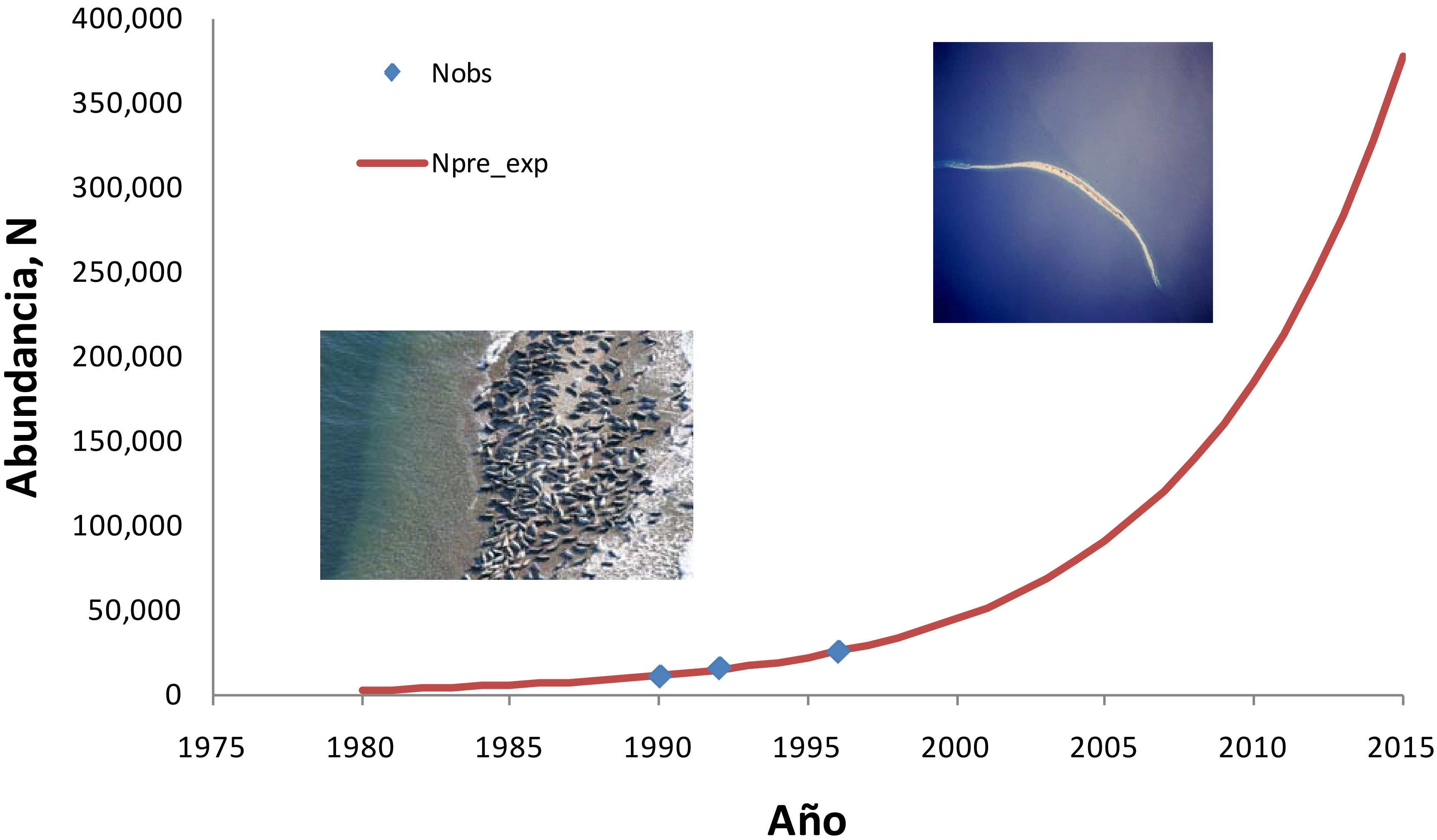
- Datos: estimaciones de la población basadas en datos de marcado y fotos aéreas (Bowen et al. 2009)
- El modelo exponencial:

$$N_{t+1} = N_t e^{r}$$

Laboratorio – ajuste del modelo exponencial a los datos de la foca gris

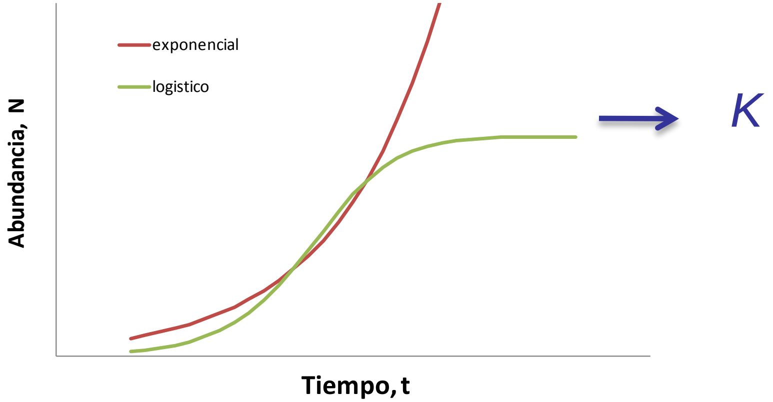


Laboratorio – extrapolación del modelo exponencial

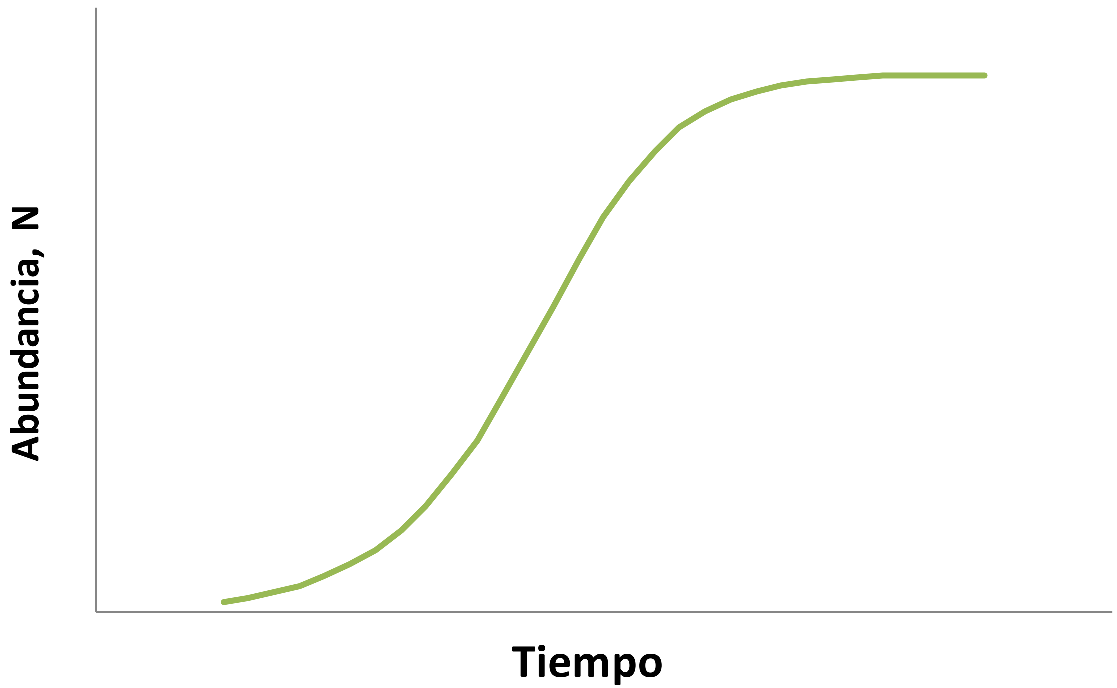


Tiene que existir un límite...

- El crecimiento exponencial, si existe, debe ocurrir a niveles poblacionales bajos
- Ninguna población puede crecer indefinidamente
- Tiene que existir un límite (disponibilidad de alimento, espacio, depredación, competición)
- Se denomina este límite la *capacidad de carga* (*K*) de una población



Modelo logístico

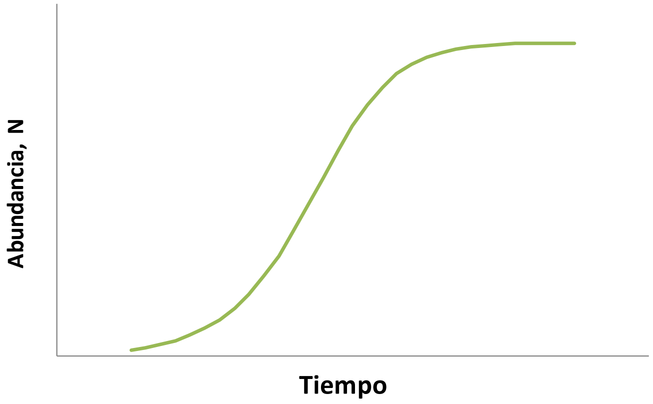


- El escenario ecológico:
  - Crecimiento poblacional con un límite, la capacidad de carga *K*
  - Ejemplo: Crecimiento de una población con limitaciones ambientales (territorio) o de recursos (competición por alimento, etc...)

Modelo logístico

- La versión continua:

$$N_t = \frac{K}{1 + \frac{(K - N_0)}{N_0} e^{rt}}$$



- r tasa instantánea de crecimiento poblacional
- K capacidad de carga de la población

Modelo logístico (cont.)

- La versión discreta:
  - Sin explotación

$$N_{t+1} = N_t + rN_t\left(1 - \frac{N_t}{K}\right)$$

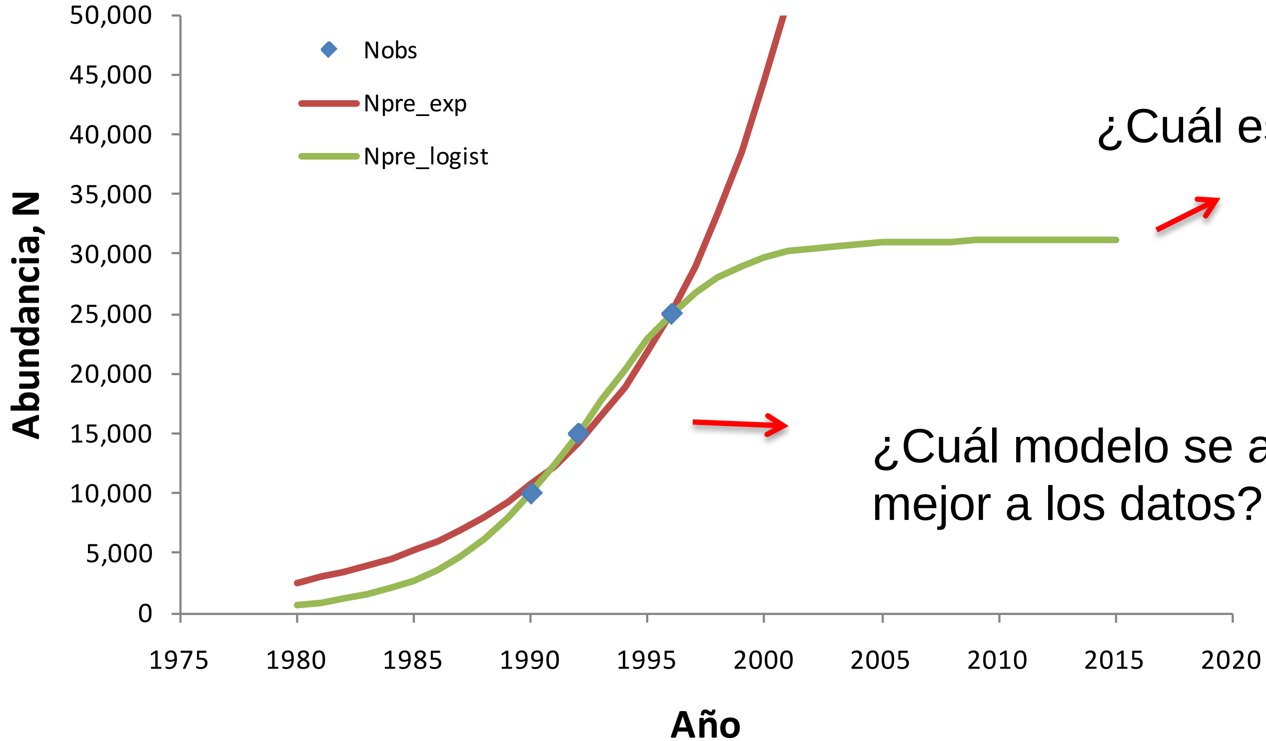
  - Con explotación

$$N_{t+1} = N_t + rN_t\left(1 - \frac{N_t}{K}\right) - C_t$$

Captura

Laboratorio – Ajuste del modelo logístico a los datos de la foca gris

$$N_{t+1} = N_t + rN_t\left(1 - \frac{N_t}{K}\right)$$



¿Cuál es más realista?

¿Cuál modelo se ajusta mejor a los datos?

Extras

Modelo exponencial

- La ecuación diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = (b - d)N \rightarrow N_t = N_0 e^{(b-d)t} = N_0 e^{rt}$$

Resolviendo la integral

- b tasa de natalidad (“birth”)
- d tasa de mortalidad (“death”)
- N_t tamaño poblacional en el instante t (en número o biomasa)
- N_0 población inicial
- r tasa “intrínseca” de crecimiento poblacional (=b-d), o “tasa instantánea de crecimiento poblacional”, o “tasa de crecimiento poblacional per-capita” (Krebs, 1985)

Modelo logístico

- La ecuación diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right) \rightarrow N_t = \frac{K}{1 + \frac{(K - N_0)}{N_0} e^{rt}}$$

Resolviendo la integral

- r tasa instantánea de crecimiento poblacional
- K capacidad de carga de la población